ITEA (1995), Vol. **91A N.º 2**, 59-79

LOS PESOS ECONÓMICOS EN MEJORA GENÉTICA ANIMAL[1]

A. Blasco

Departamento de Ciencia Animal.
Universidad Politécnica de Valencia.
Apartado 22012,
Valencia 46071.

RESUMEN

En esta revisión se pretende dar respuesta a un conjunto de interrogantes relacionado con el cálculo de los pesos económicos en mejora genética animal. Los interrogantes hacen referencia a la no linealidad de los pesos económicos, a la diferencia de intereses que puede haber entre los distintos beneficiarios de un programa de mejora y a la forma de plantear el cálculo de los pesos económicos según se trate de un programa nacional o de una empresa privada que compite con otras empresas.

Palabras clave: Pesos económicos, mejora genética.

SUMMARY

In this review, it is intended to give answer to some questions related to computing economic weights in animal breeding. Questions on the non linearity of economic weights, on the different interests of the customers of a genetic program, and on the way of calculating economic weights when the scenery is a national program or a competitive market in which several companies are concurrent, are discussed.

Key words: Economic weights, animal breeding.

Introducción

La definición de pesos económicos es sencilla: el incremento de beneficio debido al incremento *genético* de un carácter. Esto se suele calcular computando la diferencia de beneficios entre la situación actual y la situación en la que un carácter aumenta una unidad –esto es, manteniendo los otros caracteres constantes–[2].

---

1. La parte esencial de este artículo fue presentada en las VI Jornadas sobre Mejora Genética Animal, Lérida, 1994.

2. Hay otra forma de aproximarse al problema que no la trato porque da prácticamente el mismo resultado y es más complicada de computar. Si se dispone del valor económico de un número suficientemente grande de animales, se puede calcular el peso económico como la regresión de un carácter sobre los beneficios (ver, p. ej. SCHLOTE, 1977).

Pese a la sencillez del procedimiento se plantean varios interrogantes:

1. ¿Es posible que el incremento del beneficio debido al incremento genético sea diferente del debido al incremento fenotípico?

2. Si al aumentar un carácter debido a la selección se produce un aumento correlativo en otro carácter ¿se debe tener en cuenta esta correlación al calcular los pesos económicos?¿qué media utilizamos para calcular el peso económico, la previa o la posterior a la selección?

3. Parece que estamos suponiendo que si a un incremento de carácter corresponde un incremento de beneficio, al doble de incremento de carácter correspondería el doble de incremento de beneficio (es decir, que las relaciones entre beneficios y caracteres es lineal). Es obvio que en muchas situaciones no es así (cuotas, umbrales de precios, etc.) ¿qué ocurre en esos casos? Es más, a largo plazo no es probable que esta linealidad se mantenga (por ejemplo, por saturación del mercado). Dado que los programas de mejora sólo tienen efectos apreciables a largo plazo ¿hasta qué punto es lógico mantener esta linealidad?

4. ¿Qué ocurre cuando en los esquemas de mejora hay intereses contrapuestos? Quiero decir que al ganadero puede importarle poco el rendimiento a la canal si no se lo pagan, pero no al matadero (por ejemplo). El contenido en carne interesa al matadero, pero no al consumidor, que compra lonchas. Si la calidad de carne no se paga no le interesará al matadero, pero sí al propietario del restaurante y al consumidor. Cabe pensar que los pesos económicos dependerán entonces de las unidades en las que se expresen (por animal, por kg de producto, etc.). Además, pueden haber funciones económicas diferentes para el mismo tipo de empresario que tenga su negocio en regiones diferentes o en zonas en las que la mano de obra u otro coste sean distintos.

5. El beneficio se puede expresar como ingresos menos costes, pero también como ingresos dividido por costes (o por su inversa, costes divididos por ingresos). Esto da lugar a pesos económicos diferentes (más adelante veremos un ejemplo sencillo) ¿cuáles se deben usar?

6. Si una empresa se encuentra en el óptimo de producción, la mejora genética puede desplazarle de ese óptimo ¿Es posible encontrar pesos económicos que muevan a un nuevo óptimo productivo? BRIGHT (1991), AMER y FOX (1992) y AMER Y FOX y SMITH (1994) hacen notar que esa no es la forma en la que los economistas se comportan para calcular el peso económico de los caracteres.

7. ¿Son los pesos económicos calculados como antes hemos expuesto los que maximizan el beneficio de la empresa de mejora? Hay que tener en cuenta, que en situaciones de competencia la mejora de un carácter que está muy por debajo de los competidores tiene una importancia muy superior que cuando este carácter tiene un nivel similar al de otras empresas.

En esta revisión se pretende examinar el estado actual de la materia y dar respuesta, en la medida de lo posible, a estas interrogantes[3].

---

3. Cuando esta revisión fue presentada no había aparecido aún el excelente libro de WELLER (1994), que cubre una parte de lo que se tratará a continuación. Sin embargo, varios temas de los que hablaremos no están en ese texto (singularmente las aportaciones de AMER y FOX (1992) usando teoría económica estándar, los cálculos de pesos eco-

La función de beneficios

El beneficio es una función de un conjunto de caracteres x, un conjunto de precios de los productos v, los costes variables c, y los costes fijos k.

$$B = f\,(x_1, x_2, \ldots, x_n ; v_1, v_2, \ldots, v_m ; c_1, c_2, \ldots, c_p ; k_1, k_2, \ldots, k_q)$$

habitualmente se considera que los precios y los costes (tanto fijos como variables) son constantes sea cual sea el nivel de producción (de *output*). La función de beneficios es entonces una función sólo de los caracteres

$$B = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$$

Podemos linealizarla mediante una serie de Taylor (supongamos, para abreviar, que trabajamos con valores centrados),

$$B \approx \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}\right]_{x_i=\bar{x}_i,\forall_i} .x_1 + \left[\frac{\partial f}{\partial x_2}\right]_{x_i=\bar{x}_i,\forall_i} .x_2 + \ldots + \left[\frac{\partial f}{\partial x_n}\right]_{x_i=\bar{x}_i,\forall_i} .x_n$$

por tanto parece lógico llamar pesos económicos a las cantidades que multiplican a los caracteres[4]. Queda el problema de los términos de orden superior. Habitualmente se supone que como la mejora genética progresa lentamente estos términos son despreciables; es decir, la aproximación lineal es razonable en el punto concreto en el que se aplica –en ese caso el cociente entre incremento de beneficio y de carácter al que nos referimos antes sería también una aproximación–. Esto es cierto, pero queda aún la duda de qué pasa a largo plazo. A largo plazo puede ocurrir que la relación entre producto y beneficio sea lineal (en ese caso las derivadas de orden superior son nulas), pero es poco probable por varias razones, entre ellas la previsible saturación del mercado. Si no es lineal lo que ocurre es que los valores *medios* que se usan para calcular los términos entre corchetes (los pesos económicos) cambian, y esto por supuesto tiene que ser tenido en cuenta por el programa de mejora, puesto que entonces lo pesos económicos *relativos* serán diferentes. En ocasiones este asunto puede dar lugar a serias dificultades, particularmente debido a la poca seguridad con que se prevé la relación producto-beneficio en el futuro o a la falta de información en la literatura científica para encontrar respuestas a situaciones en las que la mejora genética cambia la relación producto-beneficio (en la figura 1 se pone un ejemplo). Más adelante vamos a considerar algunos casos concretos, como los de situación de cuota o umbrales.

Quiero resaltar la importancia de calcular bien la función de beneficios. Es importante en primer lugar porque describe la situación económica de la producción: si hay o no puntos singulares, los orígenes de los costes y de los ingresos, etc. Esta función va a ser decisiva en el paso más importante del programa: la selección de los objetivos y de los criterios de selección, y aquí un error puede tener consecuencias trascendentales para el éxito del programa. Finalmente hay que evi-

---

nómicos de DE VRIES (1989), utilizados hoy en día en empresas de mejora genética, y las aportaciones de BRIGHT (1991) sobre modelos económicos que son usales en agricultura), y por otra parte algunos temas se tratarán de forma diferente (por ejemplo, las aportaciones de SMITH et al., 1986 para el cálculo de pesos económicos).

4. El asunto es algo más complejo, si se quiere ser estricto. Para una descripción rigurosa ver, por ejemplo, ELSEN et al., 1986

tar "ocultar" caracteres bajo otros caracteres; quiero decir que en ocasiones un carácter es función de otros, y el no hacerlo explícito conduce a errores en el cálculo de las derivadas y a confusiones a la hora de determinar los objetivos. Por ejemplo, si se venden canales a pesos muy diferentes, en el apartado "costes" de un programa no puede aparecer una variable "coste de la alimentación por individuo", puesto que este coste depende del peso de la canal.

Pasaré a continuación a considerar las preguntas formuladas antes.

1. ¿Es posible que el incremento del beneficio debido al incremento genético sea diferente del debido al incremento fenotípico?

Las respuesta a la pregunta primera es sencilla: no siempre coinciden. Si tenemos una función de beneficios fenotípica, un índice fenotípico I_E (útil para valorar a un animal, pero no a su descendencia)

$$I_E = a_1 x_1 + a_2 x_2 + ...$$

donde a_1 y a_2 son los pesos económicos, y tenemos un genotipo agregado (o valor aditivo económico) A_E

$$A_E = w_1 A_1 + w_2 A_2 + ...$$

donde los pesos económicos son w_1 y w_2, es obvio que, para que las ecuaciones de dimensiones respectivas cuadren, a_i se expresa en $/valor fenotípico mientras que w_i se expresa en $/valor aditivo. En realidad la forma de calcular ambos pesos será habitualmente la misma, por ejemplo

$$a_i = \Delta\text{Beneficio} / \Delta\text{fenotípico del carácter}$$

$$w_i = \Delta\text{Beneficio} / \Delta\text{genético del carácter}$$

Ocurre que en algunos casos estos valores no coincidirán. Por ejemplo:

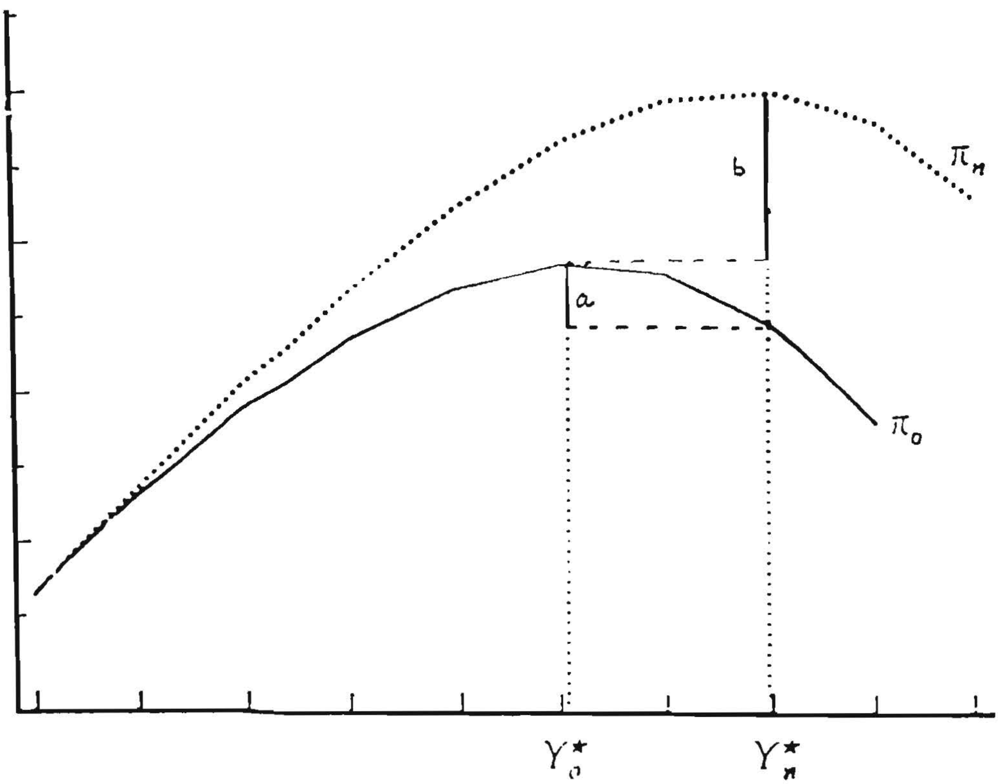
a) En el caso del tamaño de camada en porcino, el incremento de producción de un lechón da un beneficio determinado (así se calcula a_i). Sin embargo, si este incremento es genético, podemos argüir que disponemos de una línea hiperprolífica, con lo que el incremento de beneficio sería superior, puesto que este tipo de hembras está sobrevalorado (los directores de comercialización de las empresas dicen que no lo está, puesto que el valor de algo es lo que el comprador está dispuesto a pagar por ese algo).

b) Si un carácter tiene heredabilidad nula, obviamente sigue teniendo un peso a_i determinado, pero es absurdo hablar de un peso w_i puesto que en este caso numerador y denominador son cero.

c) En el caso de que un carácter se encuentre en el óptimo, cualquier incremento del carácter produce un decremento del beneficio. Sin embargo es posible que la selección cambie ese óptimo, por lo que ambos pesos no coincidirían (figura 1).

2. Si al aumentar un carácter debido a la selección se produce un aumento correlativo en otro carácter ¿se debe tener en cuenta esta correlación al calcular los pesos económicos?¿qué media utilizamos para calcular el peso económico, la previa o la posterior a la selección?

La pregunta 2 tiene un matiz. En la primera generación de selección, como los pesos económicos w_i se aplican sobre valores aditivos, las correlaciones entre los caracteres ya han actuado. Quiero decir que como la leche y su contenido en grasa están relacionados negativamente, animales con valor aditivo alto para un carácter tenderán a tenerlo bajo para el otro. Esto implica que las medias de los caracteres que se usan para calcular los pesos económicos deberían ser las medias *después de la selección*, pero como para calcular estas medias hace falta conocer los pesos económicos, habría que actuar de forma iterativa. Afortunadamente el progreso que los genetistas conseguimos en una generación es tan minúsculo que este asunto carece de importancia. Otro asunto es qué ocurre a la larga. Aquí las opiniones son controvertidas, desde quien opina que las pequeñas desviaciones producidas por el cambio de las medias debido a la selección no es de esperar que aumenten la ineficacia habitual del proceso (SMITH, JAMES y BRASCAMP, 1986), hasta quien advierte de notables diferencias en la estimación de la respuesta y de los pesos económicos según se tenga en cuenta o no la falta de linealidad a la que hace referencia la pregunta 3 (por



X: Nivel de producción del carácter Y Y: Beneficio

Figura 1. Cambios en la función de producción producidos por la mejora genética.
π_0 y π_n: Funciones de beneficio antes y después de realizarse la mejora respectivamente.
Y^*_0 e Y^*_n: niveles de producción para los que se alcanza el máximo beneficio antes y después de realizarse la mejora respectivamente.
a: decremento de beneficio al producirse un incremento fenotípico de Y^*_0 a Y^*_n.
b: incremento de beneficio al producirse un incremento genético que cambia la función de producción de π_0 y π_n y el valor del carácter de Y^*_0 a Y^*_n

ejemplo, Amer, Fox y el propio SMITH, 1994).

3. Parece que estamos suponiendo que las relaciones entre beneficios y caracteres es lineal. Es obvio que en muchas situaciones no es así ¿qué ocurre en esos casos? Dado que los programas de mejora sólo tienen efectos apreciables a largo plazo ¿hasta qué punto es lógico mantener esta linealidad?

La pregunta 3 trata un tema más complejo y que incluye situaciones distintas. Las respuestas que se han dado al problema han sido de tres tipos:

1) *Usar índices no lineales* (cuadráticos, cúbicos, etc.). Tienen muchos problemas. En el caso de función de beneficios lineal $B = w_1A_1 + w_2A_2 + \dots$, el índice óptimo es $I = w_1\hat{A}_1 + w_2\hat{A}_2 + \dots$, y el problema se reduce a encontrar las estimas $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots$, mientras que si la función de beneficios es $B=f(A_1, A_2, \dots)$, el índice no lineal óptimo *no* es $f(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots)$. Además no maximizan la respuesta a la selección truncada. Esto se puede ver fácilmente con un ejemplo (artificial, pero didáctico) propuesto por GODDARD (1983): si la función de beneficios fuera $B = A^2$, el beneficio aumentaría si el carácter aumentara o disminuyera. Si utilizamos un índice

$$I = x^2$$

donde **x** es el valor observado de un carácter, entonces se seleccionarían los individuos con valores extremos (los de alto x y los de muy negativo **-x**), con lo que la media en la siguiente generación sería cero y el índice cuadrático sería entonces el peor de los posibles. GODDARD (1983) trata casos más generales concluyendo que ciertos índices lineales aventajan a los no lineales para optimizar el beneficio.

2) *Usar ciertos índices lineales.* Esta solución fue propuesta por primera vez para dos caracteres y de forma gráfica por Moav y HILL (1966)[5], y permite prever la ganancia a largo plazo. Sus propiedades son examinadas por GODDARD (1983). ITOH y YAMADA (1988) dieron con una solución analítica al planteamiento gráfico de Moav y Hill. Pasternak y Weller propusieron en 1993 otra solución analítica también aplicada a varios caracteres y a cualquier forma de función de beneficio. DEKKERS et al. (1994) proponen la optimización no del beneficio a largo o corto plazo sino del valor económico acumulativo por generación.

3) *Usar índices con restricciones.* La idea es que para ciertos caracteres en los que hay umbrales (por ejemplo en peso de huevo, en el que a partir de cierto peso el precio es el mismo y por debajo de cierto peso no los pagan) puede hacerse mejora con la condición de que cierto carácter no modifique su valor medio. Este método no es óptimo en el sentido de que no maximiza el beneficio. Supongamos que tenemos dos caracteres fuertemente correlacionados negativamente y decidimos imponer la restricción a uno de ellos para que no cambie. En ese caso sólo queda una pequeña parte de variación disponible para seleccionar al otro carácter. Si aplicamos un índice sin restricciones obviamente se producirán algunas pérdidas al aumentar el porcentaje de individuos rechazados, pero se producirá también una mejora más sustancial en el otro carácter. Si las pérdidas por el aumento

5. En realidad fue GODDARD (1983) quien indicó que el ejemplo gráfico de Moav y Hill servía para calcular los pesos económicos

de individuos rechazados compensan o no con las ganancias producidas por la mejora del otro carácter, depende del peso económico de los caracteres, óptimo que varía con la selección. Los índices con restricciones son objeto de abundantes críticas (GIBSON y KENNEDY 1993, Goddard 1983, James 1982), aunque como hacen notar PASTERNAK y WELLER (1993), nadie ha pretendido que son índices óptimos, sino solamente índices que hacen lo que se proponen: fijar un carácter permitiendo la mejora en otros. Una variante del problema ha sido tratada por HOVENIER et al. (1993), considerando que hay caracteres que tienen un rango de valores óptimo, y considerando qué parte de la población entra o sale de ese rango al variar la media genética del carácter.

Recientemente GROEN et al. (1994) han comparado índices lineales, cuadráticos e índices para ganancias deseadas cuando la función de beneficios es cuadrática y a varias generaciones vista, concluyendo que un índice lineal que vaya reajustando sus pesos económicos conforme van cambiando las medias por generación, da una respuesta similar a los índices del tipo 2) y mejor que los índices cuadráticos y los índices para ganancias deseadas.

4. ¿Qué ocurre cuando en los esquemas de mejora hay intereses contrapuestos?

La pregunta 4 tiene dos partes. La última parte la planteó ya HAZEL (1943) al proponer los índices para varios caracteres: cada ganadero tiene su función de beneficio. Esta cuestión es, sin embargo, de difícil solución, puesto que la mejora actúa sobre grandes grupos de ganaderos, por lo que un programa de selección no puede dar satisfacción a un gran número de intereses particulares. En vacuno la ventaja de disponer de un catálogo de semen hace que un ganadero pueda construir funciones de beneficios propias para su caso particular, y de alguna forma es lo que las compañías de aves o cerdos intentan diversificando sus líneas (cuello desnudo o ponedoras enanas en aves, cruzamientos algo más rústicos o machos terminales más conformados en cerdo, por ejemplo), pero es claro que pese a todo la acción de un programa de mejora se ejerce sobre un número de ganaderos muy grande.

La otra parte de la pregunta, la existencia de grandes bloques de intereses contrapuestos, considerada por MOAV (1973), es más delicada. A este interrogante respondieron primero Brascamp, Smith y Guy en 1985 diciendo que si se incluyen los beneficios como un coste de producción entonces los pesos económicos son los mismos desde cualquier perspectiva. Naturalmente que esto plantea la pregunta de por qué deben incluirse estos beneficios como costes, y se puede argumentar de muchas formas. Por ejemplo, se puede decir que en situaciones de competencia perfecta el mercado actúa de tal forma que el trabajo del granjero es realmente lo que se considera beneficio, por lo que debe incluirse como un coste. O se puede argüir que debido a la competencia todos los granjeros tienen beneficios similares, por lo que el hecho de tener beneficio empresarial no es muy diferente al hecho de tener costes de mano de obra. Este beneficio, que no es otro sino el requerido por el productor para estar en el negocio a largo plazo, es lo que al parecer los economistas llaman *beneficio normal,* y lo incluyen en el apartado de costes. Veamos un ejemplo:

Supongamos que una empresa produce **n** individuos por hembra (el uso de negrilla no implica que sea un vector, es simplemente para distinguirlo mejor del texto), a peso comercial **w**, y que el coste *diario* de mantener un individuo es $\mathbf{c_I}$ mientras que el coste *anual* de mantener a la hembra es c_H. Si **d** es el número de días que vive un individuo en la explotación y **v** el precio por kg vivo de los individuos producidos, y si consideramos que la función de beneficios es retornos (ingresos) menos costes **B = R-C**

Por hembra

$R = nwv;\ C = nc_Id + c_H;\ B = nwv - nc_Id - c_H$

$$\frac{\partial B}{\partial n} = \bar{w}v - c_I\bar{d}$$

Por individuo

$R = wv;\ C = c_Id + (c_H/n);\ B = wv - c_Id - (c_H/n)$

$$\frac{\partial B}{\partial n} = \frac{C_H}{n^2}$$

el peso económico del tamaño de camada **n** es, pues, distinto según se calcule por hembra o por individuo, y lo mismo le ocurre a los pesos de **w** y **d,** tanto si se calculan de forma absoluta como relativa (es decir, tomando valores respecto a uno de ellos). Sin embargo, si B=0 las dos ecuaciones de beneficios pasan a ser la misma y, por tanto, también los pesos económicos. Brascamp et al. (1985) ofrecen una demostración general para este asunto.

Puede resultar poco atractivo para el ganadero el que le digan que se trabaja sobre la base de beneficio cero (esto es, que el beneficio de la mejora va a parar al consumidor), y una empresa de mejora insistirá en aprovechar las pequeñas variaciones del mercado que la alejan de la competencia perfecta (por ejemplo, ofertando productos nuevos: cerdas hiperprolíficas, antes de que la competencia pueda ofrecer este producto), pero hay un argumento simple que persuadirá al granjero a invertir en mejora genética: si no lo hace, sus competidores –que sí que invierten en mejora– acabarán por arrojarle fuera del mercado.

5. El beneficio se puede expresar como ingresos menos costes, pero también como ingresos dividido por costes. Esto da lugar a pesos económicos diferentes ¿cuáles se deben usar?

La solución dada a la pregunta 5 incluyó también una respuesta a la pregunta 4, y fueron sus autores SMITH, JAMES y BRASCAMP (1986). Descubrieron que, admitiendo ciertos supuestos, no sólo el cálculo de los pesos económicos era el mismo independientemente de qué perspectiva se tomara, sino que también daban el mismo resultado si se consideraba el beneficio como Ingreso/Coste en lugar de como Ingreso-Coste. Este último asunto es menos trivial de lo que parece, y pondré un ejemplo sencillo del propio JAMES (1982) para aclararlo.

Supongamos que tenemos una función de beneficios muy simple: los ingresos vienen de la venta de un producto **W,** por ejemplo kg de canal, a precio **a** por unidad (por kg). Los ingresos son, por tanto

$$R = a \cdot W$$

El coste por unidad de producto (p. ej., alimentación, instalaciones, etc. , por kg de canal) es **F** y el precio por unidad es **b.**

$$C = b \cdot F$$

Si la función de beneficios es **B = R - C,** los pesos económicos de **F** y **W** son

$$w_W = (\delta B/\delta W) = a \quad ; \quad w_F = (\delta B/\delta F) = -b$$

o, si se quiere de forma relativa, $\mathbf{w_W} = 1$, $\mathbf{w_F} = \mathbf{-b/a}$. Sin embargo, si la función de beneficios es **B = C/R**, los pesos económicos son

$$w_W = \frac{\partial B}{\partial W} = \frac{-b \cdot \bar{F}}{a \cdot \bar{W}^2} \quad ; \quad w_F = \frac{\partial B}{\partial F} = \frac{b}{a \cdot \bar{W}}$$

y, de forma relativa,

$$w_w = 1 \quad ; \quad w_f = - \frac{\bar{F}}{\bar{W}}$$

que no sólo difieren tanto en términos absolutos como relativos sino que en el primer caso son dependientes de los precios y en el segundo no.

DICKERSON (1970) propone el cociente **C/R** como medida de la eficiencia. La razón que habitualmente se da (p. ej., JAMES, 1982) es que se debe favorecer la disminución de costes en lugar del aumento de la producción para evitar saturar el mercado y que los precios bajen. El cociente C/R es una forma aproximada de disminuir costes a nivel de retornos constante. Aunque es cierto que el aumento de la producción puede saturar el mercado, lo es sólo en parte, primero porque cada vez hay más gente y cada vez la gente que hay consume más. En un artículo de CUNNIGHAM (1982) se recoge la evolución del consumo de carne de varias especies ganaderas, y hay un aumento global de la carne consumida en los últimos años, aumento más pronunciado en carnes baratas como pollo y cerdo. Expresar los pesos como cociente es mejorar el input por unidad de coste; esto es, la eficacia del sistema, pero es discutible que coincida con el interés a corto plazo del ganadero.

Pasaré ahora a exponer los argumentos de SMITH et al. (1986). Las condiciones para que los pesos económicos sean los mismos independientemente de la perspectiva tomada son, tal y como ellos lo indican en su artículo, expresar los costes fijos por unidad de producto y cambiar el tamaño de la empresa para que su producción equipare los cambios en producción obtenidos genéticamente. Voy a reformular las condiciones para intentar aclararlas:

1. *Los costes tradicionalmente considerados como 'fijos' (amortización de instalaciones, mano de obra, financiación, maquinaria, beneficio empresarial, etc.) dependen ahora del nivel de producción; es decir, pasan a ser costes variables.*

El argumento para aceptar esto es la escala de tiempo en que se mueve la Mejora Genética. A largo plazo la maquinaria e instalaciones se habrán amortizado, y los costes laborales cambiarán con el tamaño de la empresa, que será a su vez modificado según sea más o menos rentable. Si no se admite esta forma de razonar, se puede considerar que la mejora genética tiene un efecto muy amplio, de forma que los programas de mejora afectan a un conjunto grande de ganaderos. Admitiendo esto, se tiene, pues, a un conjunto de ganaderos en continua inversión y modificación de factores fijos; no cada uno individualmente, pero sí en conjunto, debido a que siempre hay alguien que entra o sale del negocio, cambia el tamaño de la empresa, etc. Finalmente, se puede argumentar que la mejora genética no trabaja para cualquiera sino para gente eficiente; es decir, si un ganadero no tiene su empresa en el máximo de eficacia debe modificarla para aprovechar los beneficios de la mejora, y si ya está en ese máximo qué duda cabe que un incremento de su producción debido a la mejora le forzará a modificar sus costes fijos para llegar al nuevo máximo de eficacia.

La causa del interés en librarse de los costes fijos es que influyen en la forma de estimar los peso económicos. Volviendo al ejemplo de James de antes, si consideramos costes fijos k, los costes serían

$$C = b \cdot F + k$$

Si la función de beneficios es **B** = **R** - **C**, los pesos económicos de **F** y **W** son los mismos de antes, a y -b , sin que intervengan para nada los costes fijos. Sin embargo, si la función de beneficios es **B = C/R,** los pesos económicos son

$$w_W = \frac{\partial B}{\partial W} = \frac{-b \cdot \bar{F} - k}{a \cdot \bar{W}^2} \qquad w_F = \frac{\partial B}{\partial F} = \frac{b}{a \cdot \bar{W}}$$

en los que intervienen los costes fijos.

2. *Los beneficios obtenidos deben considerarse nulos, tal y como se expone en la solución a la pregunta 4, pero debe incluirse en el cálculo los que hubieran podido ser obtenidos cambiando el tamaño de la empresa.*

La razón de querer considerar los beneficios nulos es la expuesta antes: Nuevamente el argumento es la escala de tiempo en que se mueve la mejora genética. Por ejemplo, si el óptimo de producción en vacuno de leche se encuentra en granjas de 40 vacas, lográndose así una producción media de 5.000 kg/año resultaría absurdo hacer programas de mejora dirigidos a granjas de 4 vacas, que producen 4.000 Kg/año de media, para que produjeran más. Además, en situaciones de competencia perfecta los granjeros de 4 vacas irán (al menos a largo plazo) desapareciendo. Aumentar el beneficio se puede conseguir aumentando el número de animales: si con 10 animales obtengo un beneficio B, con 20 animales obtendré 2B, pero este es un simple efecto de escala.

Esta condición produce el mismo efecto que la de considerar al beneficio como un coste (reducirlo a cero, como hicimos antes), igual a los pesos económicos independientemente de que el interés que se defienda sea el del ganadero de engorde o de ciclo completo, pero iguala además las perspectivas de considerar la función de beneficio como una diferencia entre ingresos y costes o como un cociente.

Veamos un ejemplo sencillo. Tomemos la función de beneficios que hemos usado para responder a la pregunta 4, pero sin costes fijos

$$B = R - C; \quad R = nwv; \quad C = nc$$

$$B = nwv - nc = n(wv - c)$$

Aquí el factor de escala es **n,** y el beneficio aumenta simplemente aumentando el número de animales de la explotación. Un beneficio dB se obtiene al incrementarse el producto en un dw. Si **n** y **c** son constantes,

$$dB = n \cdot v \cdot dw$$

Sin embargo, un beneficio extra se puede obtener también cambiando el tamaño de la empresa (en ese caso, **n** no es constante),

$$dB = (\delta B/\delta w)dw + (\delta B/\delta n)dn =$$

$$= nv\ dw + (vw - c)\ dn$$

SMITH et al. consideran qué ocurre si se impone la condición de que el beneficio obtenido por el incremento del carácter se iguale al obtenido al cambiar de escala, y también cuando esta equiparación se produce sólo en ingresos o sólo en costes. Concluyen que en los tres casos los pesos económicos relativos son proporcionales a los que se derivan tomando una función de beneficios del tipo B=R/C[6].

Los pesos económicos calculados de esta forma no varían sustancialmente de los calculados de forma tradicional. Por ejemplo, cuando equiparan los ingresos producidos

6. RAÚL PONZONI (1988) ha calculado los pesos económicos para un caso de merino en Australia considerando el beneficio como **R-C, R/C** y **C/R,** y sus conclusiones confirman las del trabajo de Smith et al., aunque es crítico a la hora de aceptar la desaparición de los costes fijos.

por el cambio en un carácter con los producidos por el cambio de escala, la diferencia reside en que los ingresos están ponderados por un factor de eficiencia **C/R** (ver apéndice I). En las empresas ganaderas la cantidad C/R es próxima a 1 (por ejemplo, un ganadero que lleve 100 cerdas en ciclo completo ingresa 30 millones de pesetas anuales, pero gasta 28 –si tiene suerte–). Esto hace que el efecto de cambio de escala sea pequeño a corto plazo. A largo plazo las cosas pueden ser bastante diferentes, como hicieron notar AMER, FOX y SMITH, 1994.

La parte matemática del artículo de Smith et al. está expuesta de forma bastante oscura. En el apéndice I propongo una derivación algo diferente que creo que contribuye a aclarar el tema.

6. Si una empresa se encuentra en el óptimo de producción, la mejora genética puede desplazarle de ese óptimo ¿Es posible encontrar pesos económicos que muevan a un nuevo óptimo productivo?

Hay una aparente contradicción en el procedimiento de descontar los beneficios debidos a un cambio de tamaño de la empresa. Si la empresa se encuentra en su óptimo de producción, la mejora genética alterará este óptimo, y si no se encuentra en el óptimo parece que la sugerencia es: vaya usted primero al óptimo y mejore luego. El asunto es particularmente obvio en el caso de la existencia de cuotas a la producción. De todas formas se puede argüir que el cambio en la cantidad de producto debido a la mejora genética debería tenerse en cuenta, sobretodo si se cree que hay un óptimo productivo fuera del cual cambios en la cantidad de producto conducen a disminuciones en el beneficio.

Para el caso de cuotas en vacuno de leche, GIBSON (1989) propone una modificación al procedimiento de Smith et al. (1986) de forma que tiene en cuenta que, si y es la producción de leche y **n** el número de vacas,

$$(n - dn)(y + dy) = n \cdot y$$

es decir, que se mantenga la producción total a costa de reducir el número de vacas. Recientemente VISSCHER et al. (1994) han generalizado la fórmula de SMITH et al.(1986) para cualquier tipo de restricciones.

La situación de cuota es delicada porque depende de una política agraria que no necesariamente va a ser la misma a medio o largo plazo, pero el tema de reoptimizar la producción ha sido tratado con mayor amplitud por AMER, FOX y SMITH (1994) utilizando teoría económica estándar. Según AMER, FOX y SMITH (1994) primero se debe plantear la función de producción del granjero y encontrar para qué niveles de *inputs* (alimentación, número de animales, etc.) se encuentra el beneficio óptimo, y seguidamente averiguar dónde se encuentra el nuevo beneficio óptimo para un incremento de un carácter determinado, siendo el peso económico del carácter el incremento entre ambos beneficios respecto al incremento del carácter. Esto se trata en la primera parte del artículo, que es prácticamente una copia literal de un artículo de BRIGHT (1991) y que había sido tratado antes de forma simplificada por MCARTHUR (1987). Voy a exponer el procedimiento con más detalle.

1. Decidir qué aspecto tiene la función de producción.

Una función muy popular entre economistas agrarios es la de COBB y DOUGLAS (1928, citado por BRIGHT, 1991 y por AMER et al., 1994). Para el caso del ejemplo que hemos usado con SMITH et al. (1986), una empresa de producción de carne tendría una función del tipo

$$y = k \cdot w \cdot C^a_1 \cdot C^b_2$$

donde **y** es la cantidad de producto producido (p. ej. total de kg de canal vendidos, los *outputs*), k es una constante, **w** es el peso individual de una canal, $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$, ..., son los factores (los inputs) asociados a la producción (alimentación mano de obra, etc.), y los coeficientes **a, b,** ..., son lo que los economistas llaman *elasticidades parciales de producción*, y representan la proporción relativa en la que el producto y aumenta cuando aumenta el factor correspondiente[7]. Normalmente los coeficientes **a, b,**... varían entre 0 y 1. Un ejemplo que pone BRIGHT (1991) para ovino es el siguiente: Si se producen ovejas a un peso medio de 20 kg,

$$y = 23.467 \cdot 20 \cdot N^{0.34} L^{0.24} F^{0.15}$$

donde **N** es el número de ovejas, **L** la superficie de pasto y **F** el alimento consumido (no importa en qué unidades se den, pero debe cuadrar la ecuación de dimensiones: al final se cuentan kg de canal producidos en total). Naturalmente la función de Cobb y Douglas no es la única función que puede usarse, y en el libro de DILLON (1977) se discuten otras alternativas.

2. Construir la función de beneficios y calcular el valor de los factores que la maximizan

En este caso la función de beneficios tiene un aspecto muy simple:

$$B = y \cdot p_y - (C_1 \cdot p_{C1} + C_2 \cdot p_{C2})$$

donde las p son los precios del producto y de los factores de producción. A continuación se deriva respecto a $\mathbf{C_1}$ y $\mathbf{C_2}$, se iguala a cero y se calculan los valores de $\mathbf{C_1}$ y $\mathbf{C_2}$ que producen el máximo beneficio, a los que llamaremos $\mathbf{C^m{}_1}$ y $\mathbf{C^m{}_2}$. Esto factores también producen una cantidad de producto óptima, $\mathbf{y^m}$ calculada a partir de la función de Cobb y Douglas. Hasta el momento no se ha producido ningún incremento en los caracteres. La función de beneficios es, en su máximo,

$$B^m = y^m \cdot p_y - (C^m{}_1 \cdot p_{C1} + C^m{}_2 \cdot p_{C2})$$

3. Calcular la función de beneficios derivada de un cambio en un carácter y la maximiza.

Supongamos que se produce un incremento en peso de canal, dw. La nueva función de producción será

$$y_1 = k\,(w + dw)\, C^a_1 \cdot C^b_2$$

que da lugar a una nueva función de beneficios $\mathbf{B_1}$ con $\mathbf{y_1}$ en lugar de **y.** Esta nueva función tiene otro máximo para otros valores de $\mathbf{C_1}$ y $\mathbf{C_2}$, que se pueden calcular análogamente, derivando e igualando a cero las derivadas.

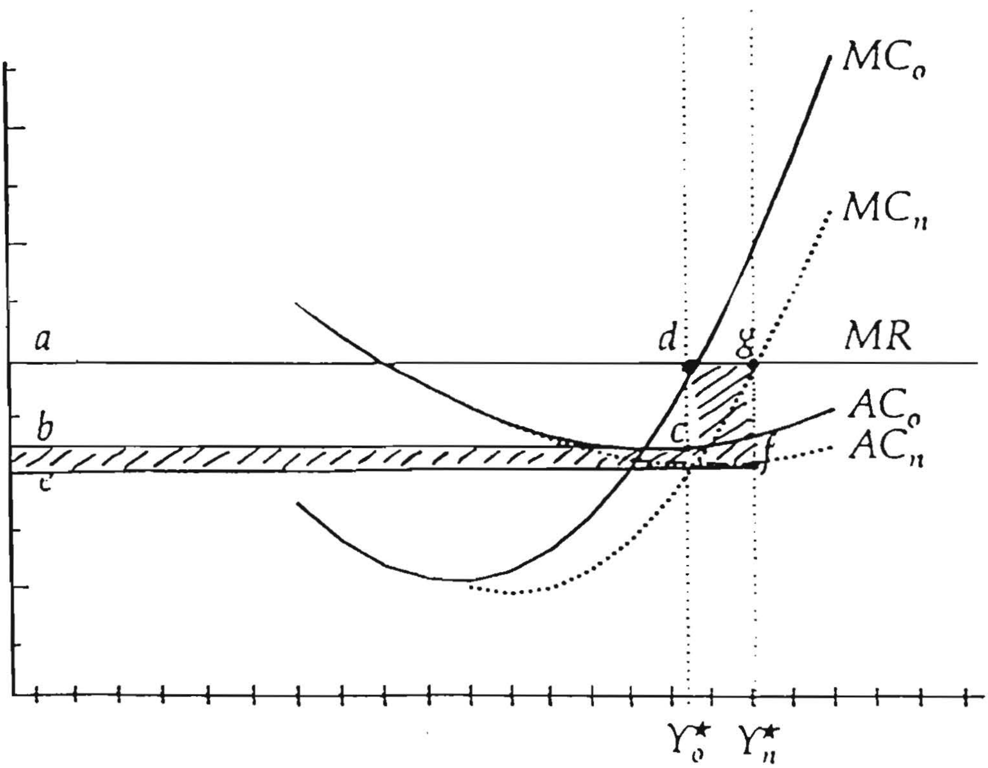
El peso económico del carácter **w** es la diferencia entre los dos beneficios óptimos, el calculado antes de mejorar el carácter y el calculado después: $\mathbf{B^m{}_1} - \mathbf{B^m}$, dividido por el incremento del carácter d**w**.

Aunque a corto plazo esto puede parecer un refinamiento innecesario, a medio y

7. Creo que quieren decir lo siguiente: considerando constante todo menos $\mathbf{C_1}$, tenemos que log **y** = cte. + **a** log $\mathbf{C_1}$, por tanto dy / y = **a** · d$\mathbf{C_1}$ / $\mathbf{C_1}$.

largo plazo, o cuando los cambios genéticos son moderados o grandes, las diferencias entre aproximaciones es notable, particularmente si se utiliza la técnica de SMITH et al. (1986) de descontar los efectos debidos a cambio del tamaño de la empresa (AMER, FOX y SMITH, 1994).

En el modelo de AMER y FOX (1992), el incremento de coste al aumentar una unidad de producto (el llamado coste marginal) decrece hasta llegar a un mínimo y luego aumenta al continuar aumentando la producción (de lo contrario no habría un nivel de producción óptimo). Sin embargo consideran que en una pequeña empresa el aumento de una unidad de producto siempre lleva al mismo aumento en ingresos, supongo que porque una pequeña empresa no puede saturar el mercado y producir una caída de precios. El óptimo de la función de beneficios se produce cuando se cortan las curvas de coste marginal e ingreso marginal (es un resultado clásico en economía, aunque Amer y Fox lo demuestran en su artículo). Un incremento genético modifica las curvas y se llega a nuevos óptimos. En la figura 2 se representan en línea sólida la situación de partida, y en línea punteada la situación después de que actúe la selección. La curva de costes marginales inicial (MC_0)



X: Nivel de producción del carácter Y Y: Costes

Figura 2. Cambios genéticos producidos en las funciones de coste marginal (MC) y coste medio (AC). Detalles en el texto.

corta a la recta de ingresos marginales MR en el punto **d**[8], por tanto la situación óptima de partida es aquélla en la que la empresa produce una cantidad $\mathbf{Y^*_0}$. Tras actuar la mejora genética se obtiene una nueva curva de costes marginales (MC_n) que corta a la de ingresos marginales (que es la misma, MR, como comentamos antes) en el punto **g**, dando lugar a un nuevo nivel óptimo de producción $\mathbf{Y^*_n}$. Mientras tanto, los costes medios de la empresa han pasado de la curva AC_0 a la curva AC_n[9]. Aunque Amer y Fox no lo hacen explícito en su trabajo, el peso económico debiera ser, pues, el incremento de beneficio entre dos situaciones óptimas al aumentar una unidad el carácter. El incremento de beneficio sería

$$dB = Y^*_n\, dAC + (MC_0 - AC_0)\, dY^*$$

correspondiente a las dos áreas rayadas de la figura.

Si utilizamos pesos económicos lineales, la curva de costes marginales pasa a ser una recta, con lo que no se alcanza nunca el óptimo (o se alcanza a tamaño infinito de la producción). Sin embargo la reoptimización propuesta por BRIGHT (1991) y AMER y FOX (1992) no parece estrictamente necesaria, al menos para cambios en el carácter suficientemente pequeños. El problema de la reoptimización ha sido tratado por MELTON et al. (1989) y criticado por GODDARD (1983), THOMPSON (1980) y JAMES (1982). En su forma simple consiste en considerar que al obtenerse nuevos valores de un carácter como consecuencia de la mejora genética, el valor productivo óptimo depende de nuevas condiciones de manejo. Si la función de beneficios es función tanto de los caracteres candidatos a ser mejorados **x** como de ciertos caracteres **m** asociados al manejo, de forma que el óptimo de manejo depende del valor que tienen los caracteres; esto es, m=m(x),

$$B = f(x, m)$$

a

$$w_{opt} = \left[\frac{\partial B}{\partial x}\right]_{x=\bar{x}} = \left[\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial m}\cdot\frac{\partial m}{\partial x}\right]_{x=\bar{x}}$$

Si nos encontramos en un óptimo de manejo, $(\delta f/\delta m) = 0$, con lo que $w = [\partial f / \partial x|_{x=\bar{x}}$, que es la forma habitual de calcular los pesos económicos. Para pequeños cambios en un carácter es dudoso que se requiera una reoptimización del manejo. Una opinión en otro sentido se puede encontrar en AMER (1994).

El aporte principal de los trabajos de BRIGHT (1991) y AMER y FOX (1992) es, probablemente, exponer con más claridad y realismo la situación económica de las empresas cuyo beneficio se pretende maximizar. Creo que tiene la ventaja de que los economistas han desarrollado un cuerpo de conocimiento que puede ser útil para estos menesteres. Requieren un conocimiento de la situación del mercado más profunda que la que exigen los métodos tradicionales y esto tal vez sea posible de adquirir a través de estudios privados o estudios realizados por funcionarios de la Administración, pero es dudoso que hoy en día se puedan estimar los pesos económicos de la manera que proponen Amer y Fox.

---

8. La figura está tomada del artículo de AMER y FOX (1992), pero allí está mal dibujada y no se ve bien el que **d** es el punto de corte entre ingresos y costes marginales.

9. $AC_0 = C_0/Y_0$; $MC_0 = \delta AC_0/\delta Y_0$
donde C_0 es el coste de producir la cantidad de producto Y_0.

7. ¿Son los pesos económicos calculados como antes hemos expuesto los que maximizan el beneficio de la empresa de mejora?

El comportamiento de un mejorador de empresa ante la selección está influido por lo que cree que puede afectar a las ventas de su producto. Si un carácter flojea y eso puede ser determinante a la hora de recibir pedidos, aumentará el peso económico del carácter. El problema es cómo formalizar esto para que carezca de arbitrariedad el peso que se aplica. Un primer intento ha sido el de DE VRIES (1989). Supongamos que todos los clientes tienen acceso a los productos de todas las empresas. Consideremos que un carácter tiene un nivel mínimo de aceptabilidad por el comprador (primera hipótesis fuerte). Cada comprador tiene su nivel de aceptabilidad de forma que entre todos se distribuyen de forma Normal para cada carácter i (segunda hipótesis fuerte). La desviación típica de esa distribución, s, tiene que ser estimada por estudios de mercado. La cuota de mercado de una empresa es la fracción de clientes que les compran, que si se fijan en tres caracteres, por ejemplo, será

$$Q = c \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$$

siendo $\mathbf{p_i}$ la proporción de clientes que aceptarían distintos niveles de un carácter, y c una constante para que al final todas las cuotas sumen el 100%. El peso económico de un carácter podría ser el incremento de cuota de mercado que se produce al incrementarse el valor del carácter

$$a_i = \delta Q / \delta x_i$$

El argumento puede hacerse más complejo introduciendo el precio de venta del producto (de la híbrida, por ejemplo) x_P. Puede calcularse cuánta cuota de mercado se gana al reducir el precio

$$a_P = \delta Q / \delta x_P$$

Finalmente de Vries propone como peso económico al aumento de la cuota de mercado producida al incrementarse el carácter, respecto al aumento que se produce al reducir el precio:

$$w_i = a_i / a_P$$

La deducción de estos pesos económicos es sencilla, pero como no está totalmente explicitada en el artículo, una versión detallada figura en el Apéndice 2.

En otro contexto y en vacuno de leche, DEKKERS y SHOOK (1992) ha usado un modelo de simulación basado en las técnicas de flujo de genes para comparar programas alternativos de empresas de inseminación artificial. Aunque el problema que se plantea (cuál es la combinación óptima de toros a probar y de hijas por toro para optimizar el beneficio de la empresa) no es el mismo que aquí tratamos, concluye que los principales beneficios, que pueden ser notables, provienen de las cuotas de mercado que las empresas acaparan, siendo asuntos como el precio del semen o las tasas de descuento más bien secundarios. AMER y FOX (1992) proponen para vacuno de carne un modelo en el que la curva de demanda es muy elástica cuando se considera a una empresa relativamente pequeña o a un grupo de ganaderos reducido (esto es: pequeñas variaciones en el precio hacen que los consumidores prefieran ese producto), pero muy inelástica cuando se considera la demanda total. Esto hace que el beneficio de la mejora genética vaya en general a los consumidores, pero que las empresas extraigan sus beneficios de abarcar más cuota de mercado.

Discusión

Aunque a corto plazo no parece haber inconveniente en utilizar técnicas simples de estimación de pesos económicos, a largo plazo este procedimiento no es óptimo salvo en el caso de que la función de beneficios sea, efectivamente, lineal a largo plazo, lo que es improbable. Una condición implícita que me aparece, sin embargo, poco dudosa, es el plazo de los programas de mejora. Se puede argüir que en especies como pollo o conejo puede haber programas a corto plazo, pero no lo creo así. Las heredabilidades realizadas de la mayor parte de caracteres de interés económico no permiten pensar que el plazo de un programa de mejora sea breve, ni siquiera en especies en las que el intervalo generacional es corto. La excepción podría estar en el contenido en carne en porcino, favorecido por una elevada heredabilidad, pero ya en límites en los que poca mejora se va a poder hacer en el futuro. Es precisamente este largo plazo de todos los programas de mejora genética los que hace tan atractivos lo atajos (el gen mayor, la clonación de individuos extraordinarios, etc.). Sin embargo esta misma longitud en la escala temporal es la que permite a los programas "rectificar sobre la marcha". Esto plantea hasta qué punto es importante la precisión en el cálculo de los pesos económicos, la determinación de los objetivos de mejora y la elección de esquemas o programas alternativos (por ejemplo: MOET frente a inseminación artificial o a algún programa que use ambas técnicas) y cuál debe ser la actitud del genetista ante los métodos de cálculo. Las modificaciones de los pesos económicos con el tiempo resuelven en gran parte este problema, pero no el de evaluar un programa genético a largo plazo. A largo plazo, además, pueden pasar muchas más cosas. Pueden aparecer nuevos objetivos de selección y desaparecer otros. Pueden aparecer situaciones como las de cuota, en las que hay que incluir restricciones a la producción y en las que los pesos económicos ya no son lineales. Pueden aparecer avances tecnológicos que hagan superflua la mejora genética o que produzcan un cambio radical en sus métodos (ejemplo clásico: vacunas en programas de resistencia a enfermedades, aunque no es el único ejemplo; piénsese en las posibilidades de la genética molecular o la clonación). Un programa de mejora genética a largo plazo debería tener en cuenta estas posibilidades, e incluso la posibilidad de que existan a largo plazo inversiones mejores que las de la genética. En realidad yo no creo que estos nuevos objetivos o situaciones sean imprevisibles, más bien suelen aparecer muchos años antes de que los mejoradores decidan alterar sus programas de mejora. Las cuotas en producción de leche y mantequilla hacía muchos años que se veían venir antes de que finalmente se discutiera sobre eficacia de programas bajo cuota, y las deducciones de Avalos y Smith que revalorizaron la selección por tamaño de camada se basan en un examen atento de los índices de selección, no en nuevos descubrimientos. Entiendo que en ocasiones se produce alguna pequeña revolución (la aparición del merino Booroola, la del test del halotano, e incluso la irrupción de las cerdas chinas, aunque se encuentran descripciones de su producción al menos desde 1929), pero la base de los programas creo que puede ser calculada a largo plazo razonablemente. Por ejemplo, la introducción del carácter 'contenido en proteína' en la evaluación de la leche de vacuno y ovino, o la introducción de objetivos relacionados con la calidad de la carne en porcino, no es previsible que desaparezcan en muchos años.

Respecto a la precisión de los pesos: son bastante robustos a errores que no sean desmesurados, aunque hay ciertas situaciones (caracteres relacionados negativamente, caracteres dominantes en un índice) que deben tomarse con mayor precaución (el tema está expuesto con claridad por VANDEPITTE y HAZEL (1977) y por SMITH (1983)). Hay que tener en cuenta que, aunque los pesos del índice (los globales, incluyendo la parte de parámetros genéticos) puedan ser modificados, los resultados de la selección tardan en verse varias generaciones, por lo que no es bueno decidir con frivolidad confiando siempre en que en el peor de los casos se pueden realizar modificaciones posteriores.

En cuanto al método de cálculo, depende de para quién se trabaje. En esencia, la conclusión de SMITH et al. (1986) es que los pesos económicos deben calcularse como Ingresos/Costos para que sea indiferente la perspectiva de cálculo. Sin embargo para una empresa de mejora *no* es indiferente esta perspectiva. Ellos venden tratando de sacar partido a las pequeñas variaciones de la situaciones de competencia imperfecta, y sus intereses son los de los compradores (habitualmente los ganaderos), no los del sistema en conjunto, por tanto andan escasamente interesados en maximizar la utilidad general del sistema (Ingresos/Costos), sino más bien en incrementar la cuenta de resultados (Ingresos - Costos) o en ocupar zonas de mercado que ahora ocupan sus competidores (sistema de DE VRIES, 1989, pregunta 7). Si se trabaja para una asociación de ganaderos y se dispone de información suficiente, la forma de trabajar de BRIGHT (1991) y de AMER y FOX (1992) y Amer, FOX y SMITH (1994) es sin duda atractiva. Si se trata de un programa nacional y abarca los intereses de todo el sector, puede pensarse en la solución de SMITH et al. (1986). Si no es un programa nacional pero está llevado a cabo por la Administración, también puede pensarse en este tipo de soluciones.

En un futuro inmediato preveo que habrá más investigación en planteamientos como los de DE VRIES (1989), BRIGHT (1991) y AMER y FOX (1992). Tienen soluciones similares a corto y medio plazo, aunque diferentes a largo plazo, pero sobretodo abordan los problemas desde perspectivas metodológicamente atractivas. Ya veremos.

Apéndice I

Voy a utilizar exactamente la notación de SMITH et al. (1986): P=Beneficios, R=Ingresos, C=Costes, P = R - C, y consideraremos nulos los ingresos en lugar de los beneficios, tal y como ocurre en el apéndice del artículo.

Si consideramos el beneficio obtenido por un sólo carácter **y**, considerando al resto constante, y teniendo en cuenta que hay un factor de escala **n** que también es variable,

$$dP = (\delta P/\delta y)\, dy + (\delta P/\delta n)\, dn = (\delta R/\delta y - \delta C/\delta y)\, dy + (\delta R/\delta n - \delta C/\delta n)\, dn \qquad (1)$$

Haciendo que los ingresos sean nulos, dR = 0, tenemos

$$dR = (\delta R/\delta y)\, dy + (\delta R/\delta n)\, dn = 0$$

$$(\delta R/\delta y)\, dy = -(\delta R/\delta n)\, dn \qquad (2)$$

Este resultado (2) aparece en el artículo sin ninguna justificación, como un acto derivado del cambio de escala (hay una diferencia en el signo, pero es irrelevante, puesto que el cambio de escala puede ser positivo o negativo). Un factor de escala es un parámetro que afecta igualmente a ingresos y costes, lo que quiere decir que

$$R = f(n) \cdot g(y_1, y_2, \dots, y_n)$$
$$C = f(n) \cdot h(y_1, y_2, \dots, y_n)$$

donde g $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n)$ y h $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n)$ son funciones independientes de $\boldsymbol{f}(\mathbf{n})$. Un ejemplo citado antes puede ser el número de animales de la granja. En cualquier caso, con esa definición se cumple que

$$(\delta R/\delta n) = f' \cdot g$$
$$(\delta C/\delta n) = f' \cdot h$$

$$(\delta R/\delta n) / R = (\delta C/\delta n) / C \qquad (3)$$

La fórmula (3) aparece en el texto de SMITH et al. (1986) como la definición de factor de escala. Sustituyendo (2) y (3) en (1), tenemos

$$dP = (\delta R/\delta y - \delta C/\delta y)\, dy + [-\delta R/\delta y - (C/R)(-\delta R/\delta y)]\, dy = [(C/R)\delta R/\delta y - \delta C/\delta y]\, dy$$

Por tanto, el peso económico de **y** es

$$dP/dy = (C/R)\delta R/\delta y - \delta C/\delta y \qquad (4)$$

Si no hubiéramos tenido en cuenta el factor de escala (es decir, si n=cte.)

$$dP/dy = dR/dy - dC/dy$$

que es la forma habitual de deducir pesos económicos.

El hecho de considerar dR=0 iguala las perspectivas de varios sectores como vimos al resolver la pregunta 5 (el ejemplo estaba puesto para dB=0), falta aclarar que los pesos económicos así calculados son iguales a los que se derivan de la función

P = R/C.

Procediendo de forma análoga,

$$dP = [\delta(R/C) / \delta y]\, dy + [\delta(R/C) / \delta n]\, dn$$

Ahora bien, el segundo término es nulo por la definición de factor de escala. Si no se acepta la definición que he dado antes, es de todas formas fácil de ver que es nulo:

$$[\delta(R/C) / \delta n]\, dn = (1/C)(\delta R/\delta n)\, dn - (R/C^2)(\delta C/\delta n)\, dn$$

sustituyendo (2) y (3),

$$[\delta(R/C) / \delta n]\, dn = (-1/C)(\delta R/\delta y)\, dy - (R/C^2)(C/R)(\delta R/\delta n) dn =$$

$$= (-1/C)(\delta R/\delta y)\, dy - (1/C)(-\delta R/\delta y)\, dy = 0$$

Por tanto,

$$dP = [\delta(R/C) / \delta y]\, dy = (1/C)(\delta R/\delta y)\, dy - (R/C^2)(\delta C/\delta y)\, dy =$$

$$= (R/C^2)\, [(C/R)\delta R/\delta y - \delta C/\delta y]\, dy$$

El nuevo peso económico calculado a partir de P=R/C sólo difiere del anterior, calculado a partir de P=R-C, en el factor (constante para todos los caracteres) R/C^2. Por tanto, los pesos económicos relativos son los mismos se use una función de beneficios u otra.

Según se tome como condición dP=0, dR=0 ó dC=0, la constante anterior varía, pero siempre salen los pesos proporcionales a $\delta(R/C) / \delta y$.

En nuestro ejemplo en el texto, en un caso es

$$dP/dw = (C/R)\delta R/\delta w - \delta C/\delta w = (nc/nwv) \cdot nv - 0 = nc/w.$$

y en el otro

$$dP/dw = dR/dw - dC/dw = nv - 0 = nv.$$

Apéndice II

Se trata de derivar

$$w_i = a_i / a_P = (\delta Q/\delta x_i) / (\delta Q/\delta x_P)$$

donde

$$Q = c \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$$

y donde

$$p_i = \int_{-\infty}^{x_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(s / v_i)} e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{(x_i-m_i)^2}{s^2}}$$

Lo único extraño de la expresión de $\mathbf{p_i}$ es el término $\mathbf{v_i}$ (que en la nomenclatura del artículo de De Vries es e_j pero que lo cambio por no confundir con el número e). Es un problema meramente de unidades de medida. v_i es el peso económico del carácter i calculado por cualquiera de los métodos expuestos antes. De Vries define el nivel de aceptación de un carácter ponderado por su peso económico (o el peso económico ponderado por su nivel de aceptación, que ambas interpretaciones serían válidas) y tipificado:

$$t_i = v_i \ (x_i - m_i) / s$$

Si el nivel de aceptación del carácter es bajo, el peso $\mathbf{t_i}$ tenderá a ser grande en valor absoluto y negativo, mientras que si el carácter se sitúa en la media de aceptabilidad, $\mathbf{t_i}$ será cero.

Utilizando este nivel de aceptación $\mathbf{t_i}$, la expresión de $\mathbf{p_i}$ es

$$p_i = \int_{-\infty}^{t_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}t_i^2} dt_i = \int_{-\infty}^{t_i} z_i dt_i$$

con lo que

$$\delta Q/\delta x_i = (\delta Q/\delta p_i)\ (\delta p_i/\delta t_i)\ (\delta t_i/\delta x_i)$$

$$\delta Q/\delta p_i = c \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_{i-1} \cdot p_{i+1} \cdot \ldots \cdot p_n = c \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n\ (1/p_i) = Q/p_i$$

$$\delta p_i/\delta t_i = z_i$$

$$\delta ti/\delta xi = v_i/s$$

Así sale la fórmula (4) del artículo de De Vries:

$$\delta Q/\delta x_i = (v_i/s)\ (z_i/p_i)\ Q$$

Asumiremos que el precio del producto se encuentra en el nivel medio de aceptación ($x_P = m_P$), y que el "peso económico" $\mathbf{v_P}$ del precio del producto es **-1,** ya que un aumento de una unidad monetaria en el precio de compra de un animal reproductor $\mathbf{x_P}$ implica una reducción de una unidad monetaria en el beneficio del granjero.

Si $\mathbf{x_P = m_P}$ entonces $\mathbf{p_P = 0.5}$, $\mathbf{t_P = 0}$,

$$\frac{Z_P}{P_P} = \frac{1/\sqrt{2\pi}}{1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = (2/\pi)^{1/2}$$

$$\delta Q/\delta x_P = (-1/s)\ (2/\pi)^{1/2}\ Q$$

con lo que, finalmente el peso económico es

$$w_i = -\ (\delta Q/\delta x_i)\ /\ (\delta Q/\delta x_P) = v_i\ \ (z_i/p_i)\ (\pi/2)^{1/2}$$

Cuando el nivel de aceptación de un carácter coincide con el nivel de aceptación medio ($\mathbf{x_i = m_i}$), entonces $\mathbf{t_i = 0}$, $\mathbf{z_i/p_i = (2/\pi)^{1/2}}$, y coinciden $\mathbf{w_i}$ con $\mathbf{v_i}$.

Si introducimos un factor de compensación entre caracteres c, de forma que la falta de aceptación de un carácter se compensa con el exceso de aceptación de otros, la media de aceptación de un carácter pasa a ser, en unidades monetarias

$$m_i \cdot v_i = x_i^c \cdot v_i - c \cdot \sum_{j \neq i} (x_j - x_j^c) v_j$$

donde x_j es la media del carácter j, y donde $\mathbf{x_i^c}$ es la media del carácter **i** de los competidores. En la situación actual no hay grandes diferencias entre empresas, de forma que las ventajas y los inconvenientes de cada una de ellas suelen estar compensados a la hora de proponer un producto a la venta razonable. Esto significa que

$$\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - x_i^c) \cdot v_i = 0 \qquad \sum_{i \neq j}^{n} (x_j - x_j^c) \cdot v_j = -(x_i - x_i^c) \cdot v_i$$

con lo que

$$m_i = x_i^c + c\,(x_i - x_i^c)$$

y ya pueden calcularse $\mathbf{z_i}$ y $\mathbf{p_i}$ para el peso económico $\mathbf{w_i}$.

Bibliografía

Los diez artículos que me parecen esenciales están indicados con un asterisco.

AMER, P.R. 1994. Economic theory and breeding objectives. *Proc. of the 5th World Congress on Genetics Applied to the Livestock Production.* Guelph 7-14 August 1994. Vol. 18: 197-204.

*AMER, P. R.; FOX, G. C. 1992. Estimation of economic weights in genetic improvement using neoclassical production theory: an alternative to rescaling. *Anim. Prod.* 54: 341-350.

AMER, P.R.; FOX, G. C.; SMITH, C. 1994. Economic weights from profit equations: appraising their accuracy in the long run. *Anim. Prod.* 58:11-18.

*BRASCAMP, E. W.; SMITH, C.; GUY, D. R. 1985. Derivation of economic weights from profit equations. *Anim. Prod.* 40: 175-180.

*BRIGHT, G. 1991. Economic weights from profit equations: appraising their accuracy. *Anim. Prod.* 53: 395-398.

COBB, C.W.; DOUGLAS, P.H. 1928. A theory of production. *Amer. Econ. Reeview* Suppl. 18: 139-156.

CUNNINGHAM, E. P. 1988. Meat production in the community. *In: Proc 3rd World Congress Sheep and Beef Cattle Breeding.* Paris 1988. vol 1, 3-21.

*DE VRIES, A. G. 1989. A method to incorporate competitive position in the breeding goal. *Anim. Prod.* 48: 221-227.

DEKKERS, J. C. M.; SHOOK, G. E. 1990. Economic evaluation of alternative breeding programs for commercial artificial insemination firms. *J. Dairy Sci.* 73: 1902-1919.

DEKKERS, J.C.M.; BIRKE, P.V.; GIBSON, J.P. 1994. Multiple generation selection for nonlinear profit functions. *Proc. of the 5th World Congress on Genetics Applied to the Livestock Production.* Guelph 7-14 August 1994. Vol. 18: 209-212.

DICKERSON, G. 1970. Efficiency of animal production-molding the biological components. *J. Anim. Sci.* 30 (6): 349-359.

DILLON, J.L. 1977. The analysis of response in crop and livestock production. *Pergamon Press.*

*ELSEN, J.M.; BIBE, B.; LANDAIS, E.; RICORDEN, G. 1986. Twenty remarks on economic evaluation of selection goals. vol 12, *Inc Proc 3rd World Congr. Genet. Appl. Livest Prod.* Lincoln, Nebraska pp 321-327.

GIBSON, J. P.; KENNEDY, B. W. 1990. The use of constrained selection indexes in breeding for economic merit. *Theor. Appl. Genet.* 80: 801-805.

GIBSON, J. P. 1989. Selection on the major components of milk: alternative methods of deriving economic weights. *J. Dairy Sci.* 72: 3176-3189.

GROEN, A.F.; MUWISSEN, T.H.E.; VOLLEMA, A.R.; BRASCAMP, E.W. 1994. A comparison of alternative index procedures for multiple generation selection on non linear profit. *Anim. Prod.* 58: 1-9.

*GODDARD, M. E. 1983. Selection indices for non-linear profit functions. *Theor. Appl. Genet.* 64: 339-344.

HAZEL, L. N. 1943. The genetic basis for constructing selection indexes. *Genetics* 28: 476-490.

HOVENIER, R; BRASCAMP, E.W.; KANIS, E.; VAN DER WERF, J.H.J.; WASSENBERG, A.P.A.M. 1993. Economic values of optimum traits; the example of meat quality in pigs. *J. of Anim. Sci.* 71:1429-1433.

ITOH, Y.; YAMADA, Y. 1988. Linear selection indices for non-linear profit fuctions. *Theor. Appl. Genet.* 75: 553-560.

*JAMES, J. W. 1982. Economic aspects of developing breeding objetives: general considerations. *In: Future developments in the genetic improvement of animals.* Barker, J. S. F., Hammond, K., Mc Clintock, A. E. (Eds). Academic Press, Sydney, 107-108.

MCARTHUR, A.T.G. 1987. Weighting breeding objectives. An economic approach. *Proc. of the 6th annual conference of the Australian Assoc. of ANim. Breed.* Perth. pp: 187-197.

MELTON, B. E.; HEADY, E. O.; WILLHAM, R. L. 1979. Estimation of economic values for selection indices. *Anim. Prod.* 28: 279-286.

MOAV, R. 1973. Economic evaluation of genetic differences. *In: Agricultural Genetics.* (R. Moav, ed). Wiley. New York. 319-352.

MOAV. R.; HILL, W.G. 1966. Specialised sire and dam lines. IV. Selection within sires. *Anim. Prod.* 8: 375-390.

*PASTERNAK, H.; WELLER, J.L., 1993. Optimum linear indices for non-linear profit functions. *Anim. Prod.* 55: 43-50.

PONZONI, R. W. 1988. The derivation of economic values combining income and expense in different ways: an example with Australian Merino sheep. *J. Anim. Breed. Genet.* 105: 143-153.

SCHLOTE. W. 1977. Choix et pondération économique des caractères en sélection animale. *Ann. Génét. Sél. anim.* 9 (I): 63.-72.

*SMITH. C.; JAMES. J. W.; BRASCAMP, E. W. 1986. On the derivation of economic weights in livestock improvement. *Anim. Prod.* 43: 545-551.

*SMITH, C. 1983. Effects of changes in econimic weights on efficiency of index selection. *J. Anim.* Sci. 56 (5): 1057-1064.

THOMPSON, R. 1980. A note on the selection of economic values for selection indices. *Anim. Prod.* 31: 115-117.

VANDEPITTE. W. M.; HAZEL, L. N. 1977. The effect of errors in the economic weights on the accuracy of selection indexes. *Ann. Génét. Sél. anim.* 9 (I): 87-103.

VISSCHER, P.M.; BOWMAN, P.J.; GODDARD, M.E. 1994. Breeding objectives for pasture based dairy production systems. *Liv. Prod. Sci.* 40: 123-137.

WELLER, J.I. 1994. Economic aspects of animal breeding. *Chapman and Hall.* Londres.

(Aceptado para publicación el 7 de agosto de 1995)